

Сравнение чисел в различных системах счисления.

Системы счисления:

- Двоичная
- Восьмеричная
- Десятичная
- Шестнадцатеричная

Двоичные числа – каждая цифра обозначает значение одного бита (0 или 1), старший бит всегда пишется слева, индекс обозначает основание системы счисления. Например, 1001_2

В восьмеричной системе счисления используется восемь знаков-цифр (от 0 до 7).

Десятичные числа – наиболее привычные для обычного человека в повседневной жизни (от 0 до 9). Обозначаются индексом 10. Например, 489_{10} .

Шестнадцатеричная система счисления, так же как восьмеричная, широко используется в компьютерной науке из-за простоты перевода в нее двоичных чисел. В случае шестнадцатеричной записи числа получаются более компактными. В качестве алфавита шестнадцатеричной системы счисления используются цифры от 0 до 9 и шесть первых латинских букв – A, B, C, D, E, F.

Для того чтобы сравнить числа в различных системах счисления, необходимо выполнить перевод из различных систем счисления в десятичную.

Для перевода чисел в десятичную систему счисления выполняют развернутую запись исходного числа.

- Перевод из двоичной в десятичную.

В двоичной системе счисления с увеличением значения количество разрядов растет очень быстро. Как определить, что значит двоичное число 10001001 ? Нам сложно понять, сколько это, мы привыкли мыслить в десятичной системе. Поэтому часто используется перевод двоичных чисел в десятичные.

В десятичной системе счисления любое число можно представить в форме суммы единиц, десятков, сотен и так далее. Например:

$$5476 = 5000 + 400 + 70 + 6$$

Можно пойти еще дальше и разложить число, используя основание системы счисления, возводимое в показатель степени, равный разряду цифры, уменьшенному на единицу:

$$5476 = 5 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 6 * 10^0$$

После равенства числа 5, 4, 7 и 6 – это набор цифр, из которых состоит число 5476. Все эти цифры умножаются на десять, возведенную в ту или иную степень. Десять – это основание десятичной системы счисления. Степень, в которую возводится десятка – это разряд цифры за минусом единицы. Так, например, 6 находится в первом разряде, поэтому она умножается на 10. Натуральное число в нулевой степени равно единице. Таким образом, мы умножаем 6 на 1.

Точно также производится разложение числа в двоичной системе счисления, кроме того, что основанием выступает двойка, а не десятка. Здесь до знака равенства число представлено в двоичной системе счисления, после "равно" запись идет в десятичной:

Результат вычислений дает десятичное число, количественно равное двоичному 10001001:

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 128 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 137$$

То есть число 10001001 по основанию 2 равно числу 137 по основанию 10:

$$10001001_2 = 137_{10}$$

- Перевод из восьмеричной в двоичную.

Для преобразования двоичного числа в восьмеричное надо разбить его на тройки цифр и заменить каждую тройку соответствующей ей одной цифрой из восьмеричной системы счисления. Разбивать двоичное число на тройки следует с конца, а вместо недостающих цифр в начале можно записать нули.

$$1011101 = 1\ 011\ 101 = 001\ 011\ 101 = 1\ 3\ 5 = 135$$

В примере число 1011101 в двоичной системе приводится к числу 135 в восьмеричной системе счисления.

$$1011101_2 = 135_8$$

Как перевести восьмеричное число в десятичное? Здесь действует тот же алгоритм, как при преобразовании двоичного числа в десятичное. Однако в случае восьмеричного числа за основание степени берется десятичное число 8:

$$135_8 = 1 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 64 + 24 + 5 = 93_{10}$$

- Перевод из шестнадцатеричную в десятичную.

Перевод из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную выполняется аналогично переводу из двоичной и восьмеричной. Только здесь в качестве основания степени выступает число 16, а цифры от А до F заменяются десятичными числами от 10 до 15.

$$4C5 = 4 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$$

Максимальное двухразрядное число, которое можно получить с помощью шестнадцатеричной записи, – это число FF.

$$FF_{16} = 15 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 240 + 15 = 255_{10}$$

- Перевод из десятичной в двоичную

Одним из алгоритмов перевода десятичного числа в двоичное является деление нацело на два с последующим "сбором" двоичного числа из остатков. Переведем разобранное уже нами число 137 в двоичное представление.

$$\begin{array}{r}
 137 \mid 2 \\
 \underline{136} \quad 1 \\
 1 \quad 1 \\
 \underline{68} \quad 0 \\
 0 \quad 0 \\
 \underline{34} \quad 0 \\
 0 \quad 0 \\
 \underline{17} \quad 1 \\
 1 \quad 1 \\
 \underline{8} \quad 0 \\
 0 \quad 0 \\
 \underline{4} \quad 0 \\
 0 \quad 0 \\
 \underline{2} \quad 0 \\
 0 \quad 1
 \end{array}$$

Получаем, что $137_{10} = 10001001_2$

- Преобразование десятичного числа в восьмеричное также похоже на перевод в двоичное, за исключением того, что делить надо на 8

- Для перевода чисел из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную используют тот же "алгоритм замещения", что и при переводе из десятичной системы счисления в двоичную и восьмеричную, только в качестве делителя используют 16
- Перевод двоичного в шестнадцатеричную

При переводе двоичного числа в шестнадцатеричное, первое разбивается на группы по четыре разряда, начиная с конца. В случае, если количество разрядов не кратно четырем, первая четверка дописывается нулями впереди. Каждой четверке соответствует одноразрядное число шестнадцатеричной системы счисления.

Двоичное число	Шестнадцатеричное число
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Пример:

$$10001100101_2 = 0100\ 1100\ 0101 = 4\ C\ 5 = 4C5_{16}$$

Теперь попробуем прорешать Задание №10 из ОГЭ

№ 10324

Среди приведённых ниже трёх чисел, записанных в различных системах счисления, найдите максимальное и запишите его в ответе в десятичной системе счисления. В ответе запишите только число, основание системы счисления указывать не нужно.

$$38_{16}, 75_8, 110100_2.$$

Решение:

Переведем каждое число в десятичную систему счисления. Алгоритм как это делать представлен выше в теории.

$$\begin{aligned} 38_{16} &= 3 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 48 + 8 = 56_{10} \\ 75_8 &= 7 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 56 + 5 = 61_{10} \\ 110100_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 0 = 52_{10} \end{aligned}$$

Таким образом, наибольшим среди этих трех чисел является число 61.

Ответ: 61.

№ 10325

Среди приведённых ниже трёх чисел, записанных в различных системах счисления, найдите максимальное и запишите его в ответе в десятичной системе счисления. В ответе запишите только число, основание системы счисления указывать не нужно.

$$14_{16}, 26_8, 11000_2.$$

Решение:

Переведем каждое число в десятичную систему счисления. Алгоритм как это делать представлен выше в теории.

$$46_{16} = 4 * 16^1 + 6 * 16^0 = 20_{10}$$

$$26_8 = 2 * 8^1 + 6 * 8^0 = 22_{10}$$

$$11000_2 = 1 * 2^5 + 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 0 * 2^0 = 24_{10}$$

Таким образом, наибольшим среди этих трех чисел является число 24.

Ответ: 24.

№ 10329

Среди приведённых ниже трёх чисел, записанных в различных системах счисления, найдите минимальное и запишите его в ответе в десятичной системе счисления. В ответе запишите только число, основание системы счисления указывать не нужно.

$$41_{16}, 77_8, 1000010_2.$$

Решение:

Переведем каждое число в десятичную систему счисления. Алгоритм как это делать представлен выше в теории.

$$41_{16} = 4 * 16^1 + 1 * 16^0 = 65_{10}$$

$$77_8 = 7 * 8^1 + 7 * 8^0 = 63_{10}$$

$$1000010_2 = 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 66_{10}$$

Таким образом, наименьшим среди этих трех чисел является число 63.

Ответ: 63.